ตะลุยโจทย์ ม.ปลาย

เพื่อเตรียมสอบ ONET + 9 วิชาสามัญ + GAT-PAT

วิชาคณิตศาสตร์ (PAT1 + 9 วิชาสามัญ)

ชุดที่ 7 (ตอนที่ 3/5)

โดยช่วงตั้งแต่ 24 พ.ค.-14 ต.ค. 59 ท่านสามารถติดตามได้ดังนี้ ตะลุยโจทย์ ป.6 ในวันอังคาร, ตะลุยโจทย์ ม.3 ในวันพุธ และตะลุยโจทย์ ม.ปลาย ในวันพฤหัส+วันศุกร์

1. ในกล่องใบหนึ่งมีลูกบอลสีดำล้วน และสีแดงล้วนรวมกันอยู่ 10 ลูก เมื่อหยิบลูกบอล 2 ลูกจากกล่องโดยสุ่ม ความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกบอลสีละลูกเท่ากับ $\frac{8}{15}$ สมมติว่า ในกล่องมีลูกบอลสีดำ**มากกว่า**สีแดง ความน่าจะเป็น ที่จะได้ลูกบอลสีดำอย่างน้อยหนึ่งลูก เมื่อหยิบลูกบอล 2 ลูกจากกล่องโดยสุ่มเท่ากับเท่าใด

1) $\frac{4}{10}$ 2) $\frac{7}{3}$

3) $\frac{39}{45}$ 4) $\frac{41}{45}$

2. ให้ $f(x) = \frac{1}{x+1}$ และ $g(x) = x^2 - 10$ ค่าของ x ทั้งหมดซึ่งทำให้ $f \circ g$ **ไม่ต่อเนื่อง**คือจำนวนในข้อใดต่อไปนี้

1) -1 2) $-1, \sqrt{10}$

3) $\sqrt{10}$ 4) $-3, 3$

3. สมการ $|5 - 3x| = -x$ มีกี่คำตอบ คำตอบเป็นจำนวนบวกหรือจำนวนลบ

1) ไม่มีคำตอบ

2) มี 2 คำตอบ เป็นจำนวนลบ

3) มี 1 คำตอบ เป็นจำนวนลบ

4) มี 2 คำตอบ เป็นจำนวนบวกและจำนวนลบอย่างละจำนวน

4. ถ้า $f(x) = \int \frac{3 + 4x\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\,dx$ โดยที่ $f^{-1}(4) = 1$ แล้ว f(4) มีค่าเท่ากับเท่าใด

1) $\frac{71}{2}$ 2) $\frac{85}{16}$

3) $\frac{523}{16}$ 4) 40

5. โดเมนของฟังก์ชัน $f(x) = \sin^{-1}(4x^2 + 6x + 1)$ คือ ยูเนียนของช่วงซึ่ง**ไม่มี**สมาชิกร่วมกัน ผลบวกของความยาวของช่วงเหล่านี้เท่ากับเท่าใด

1) $\frac{1}{2}$ 2) 1

3) $\frac{3}{2}$ 4) 2

6. ถ้าน้ำหนักของเนื้อปลากระป๋องที่ผลิตจากโรงงานหนึ่งมีการแจกแจงปกติที่มีมัธยฐานเท่ากับ 160 กรัม และมีปลากระป๋องที่มีน้ำหนัก**น้อยกว่า** 158 กรัมอยู่ 34.46% สัมประสิทธิ์ของการแปรผันของน้ำหนักเนื้อปลากระป๋องที่ผลิตจากโรงงานนี้เท่ากับเท่าใด

(กำหนดพื้นที่ใต้โค้งปกติมาตรฐานระหว่าง 0 และ z ดังในตารางต่อไปนี้)

z	0.3	0.4	0.5
พื้นที่	0.1179	0.1554	0.1915

1) 1.563% 2) 2.432%

3) 3.125% 4) 4.346%

เฉลย

1. เฉลย 3) $\frac{39}{45}$

ให้ x แทนจำนวนลูกบอลสีดำในกล่อง และ 10 − x แทนจำนวนลูกบอลสีแดงในกล่อง

เมื่อหยิบลูกบอล 2 ลูกจากกล่องโดยสุ่ม ความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกบอลสีละลูกเท่ากับ $\frac{8}{15}$

ดังนั้น
$$\frac{C_1^x C_1^{10-x}}{C_2^{10}} = \frac{8}{15}$$
$$x(10 - x) = \frac{8}{15} \times C_2^{10}$$
$$10x - x^2 = \frac{8}{15} \times \frac{10 \times 9}{1 \times 2} = 24$$
$$x^2 - 10x + 24 = 0$$
$$(x - 6)(x - 4) = 0$$
$$x = 6 \text{ หรือ } 4$$

เนื่องจากมีลูกบอลสีดำ**มากกว่า**ลูกบอลสีแดง ดังนั้นมีลูกบอลสีดำ 6 ลูก และสีแดง 4 ลูก เมื่อหยิบลูกบอล 2 ลูก จากกล่องโดยสุ่ม ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ลูกบอลสีดำอย่างน้อยหนึ่งลูกเท่ากับ

$$P(\text{สีดำ 1 ลูก}) + P(\text{สีดำ 2 ลูก}) = \frac{C_1^4 C_1^6}{C_2^{10}} + \frac{C_2^6}{C_2^{10}} = \frac{24}{45} + \frac{15}{45} = \frac{39}{45}$$

2. เฉลย 4) −3, 3

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(x^2 - 10)$$
$$= \frac{1}{(x^2 - 10) + 1} = \frac{1}{x^2 - 9}$$

ฟังก์ชันตรรกยะ**ไม่ต่อเนื่อง**ที่จุดซึ่งตัวส่วนเท่ากับ 0

$$x^2 - 9 = 0 \quad \text{เมื่อ} \quad x = \pm 3$$

ดังนั้น $f \circ g$ **ไม่ต่อเนื่อง**ที่ $x = \pm 3$

3. เฉลย 1) ไม่มีคำตอบ

เนื่องจาก $-x = |5 - 3x| \geq 0$ ดังนั้น $x \leq 0$ และทำให้ $5 - 3x \geq 0$

และจะได้
$$|5 - 3x| = 5 - 3x = -x$$
$$x = 2.5$$

ซึ่งเป็นไปไม่ได้เพราะว่า x ต้องน้อยกว่าหรือเท่ากับ 0 ดังนั้น สมการที่กำหนดให้ไม่มีคำตอบ

4. เฉลย 4) 40

$$f(x) = \int \frac{3 + 4x\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\,dx$$
$$= \int (3x^{-1/2} + 4x)\,dx$$
$$= 6x^{1/2} + 2x^2 + C$$

หาค่าของ C จากเงื่อนไข $f^{-1}(4) = 1$ หรือ $f(1) = 4$ ได้ดังนี้

$$6(1)^{1/2} + 2(1)^2 + C = 4$$
$$C = -4$$

ดังนั้น $f(x) = 6x^{1/2} + 2x^2 - 4$ และจะได้ $f(4) = 6(4)^{1/2} + 2(4)^2 - 4 = 40$

5. เฉลย 2) 1

เรานิยาม $f(x) = \sin^{-1}(4x^2 + 6x + 1)$ บนช่วง $-1 \leq 4x^2 + 6x + 1 \leq 1$

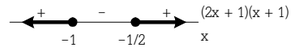
ดังนั้น โดเมนของ f คือ เซตคำตอบของอสมการ $-1 \leq 4x^2 + 6x + 1 \leq 1$

เนื่องจากอสมการ $-1 \leq 4x^2 + 6x + 1 \leq 1$ สมมูลกับ

$-1 \leq 4x^2 + 6x + 1$ และ $4x^2 + 6x + 1 \leq 1$ ...(*)

แก้อสมการแรกใน (*) ได้ดังนี้

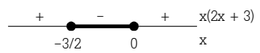
$$4x^2 + 6x + 1 \geq -1$$
$$4x^2 + 6x + 2 \geq 0$$
$$2x^2 + 3x + 1 \geq 0$$
$$(2x + 1)(x + 1) \geq 0$$



เซตคำตอบของอสมการนี้คือ $(-\infty, -1] \cup [-1/2, \infty)$ ...(1)

สำหรับอสมการที่สองใน (*)

$$4x^2 + 6x + 1 \leq 1$$
$$4x^2 + 6x \leq 0$$
$$2x^2 + 3x \leq 0$$
$$x(2x + 3) \leq 0$$



เซตคำตอบของอสมการคือ $[-3/2, 0]$ ...(2)

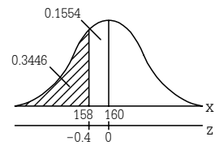
จาก (1) และ (2) จะได้ว่า เซตคำตอบของอสมการ (*) คือ

$((-\infty, -1] \cup [-1/2, \infty)) \cap [-3/2, 0] = [-3/2, -1] \cup [-1/2, 0]$

ซึ่งมีผลบวกของความยาวของช่วงเท่ากับ $(-1 - (-3/2)) + (0 - (-1/2))$

$= 1/2 + 1/2 = 1$

6. เฉลย 3) 3.125%



น้ำหนักของเนื้อปลากระป๋อง x = 158 กรัม คิดเป็นค่ามาตรฐานได้ $z = \frac{158 - 160}{s}$

เนื่องจากพื้นที่ใต้โค้งปกติของน้ำหนักเนื้อปลากระป๋อง (x) ระหว่าง 158 และ 160 เท่ากับ

$$0.5 - 0.3446 = 0.1554$$

และเนื่องจากพื้นที่ใต้โค้งปกติมาตรฐาน (z) ระหว่าง 0 และ 0.4 เท่ากับ 0.1554 ดังนั้น ค่ามาตรฐานของน้ำหนักเนื้อปลากระป๋อง x = 158 กรัม คือ z = −0.4

และดังนั้น
$$-0.4 = \frac{158 - 160}{s}$$
$$s = \frac{-2}{-0.4} = 5$$

และจะได้สัมประสิทธิ์ของการแปรผันเท่ากับ $\frac{s}{\bar{x}} \times 100\% = \frac{5}{160} \times 100\% = 3.125\%$

นักเรียนสามารถเข้าไปดูข้อมูลย้อนหลังได้ที่

www.bunditnaenaew.com